

# KIỂM SOÁT SAI SỐ THÔ TRONG XỬ LÝ SỐ LIỆU LUỚI KHÔNG CHẾ MẶT BẰNG CÓ DẠNG TAM GIÁC

Lê Anh Cường

Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường Hà Nội

## Tóm tắt

*Hiện nay, với sự phát triển của công nghệ GNSS (Global Navigation Satellite System) đã giải quyết được rất nhiều những vấn đề khó khăn của công nghệ đo đạc truyền thống. Tuy nhiên, thực tế không phải khi nào cũng có thể ứng dụng được công nghệ GNSS trong thành lập lưới không chế trắc địa, ví dụ như ở những khu vực có độ che phủ lớn (rừng rậm hoặc cạnh các công trình kiến trúc lớn), mà phải sử dụng lưới tam giác hoặc đường chuyền. Mặt khác, trong quá trình xử lý số liệu lưới không chế trắc địa phải tiến hành kiểm tra sự tồn tại của sai số thô và loại bỏ chúng. Bài báo này trình bày cơ sở lý thuyết và tính toán thực nghiệm tìm kiếm, loại bỏ sai số thô trong lưới tam giác dựa trên ứng dụng của phương pháp bình sai truy hồi.*

**Từ khóa:** Bình sai truy hồi; Sai số thô; Lưới tam giác.

## Abstract

### *Control gross error in triangulation network*

*Nowadays, development of GNSS technology (Global Navigation Satellite System) can solve difficulties of the former measurement methods. However, implementation of the standard GNSS network is not always feasible, for example, in areas with a large coverage (e.g. jungles or large-scale building structures). Accordingly, establishing triangulation or traverse is necessary. The paper presents conceptual framework and example to control gross error in triangulation network on the application of the recurrent adjustment.*

**Keywords:** Recurrent adjustment; Gross error; Triangulation network.

## 1. Đặt vấn đề

Sai số thô là sai số do sự bất cẩn của con người trong đo đạc, do trực trắc của thiết bị, sự dịch chuyển của chúng tại thời điểm đo, kỹ thuật đo không chính xác, sự suy giảm nghiêm trọng về điều kiện ngoại cảnh và các lý do khác. Đặc điểm của sai số thường có giá trị rất lớn, làm có kết quả đo có giá trị sai lệch rất nhiều so với giá trị thực của chúng. Chính vì vậy, một trong những vấn đề của lý thuyết xử lý số liệu đo trắc địa là việc tìm kiếm, phát hiện và loại bỏ các trị đo chứa sai số thô. Vào đầu thế kỷ XX, phương pháp bình sai truy

hồi với nhiều ưu điểm và ứng dụng thuận tiện đã được tiến hành nghiên cứu và áp dụng rộng rãi trong toán học cùng một số ngành khác, trong đó có Trắc địa. Trong quá trình bình sai truy hồi có thể phát hiện sự tồn tại sai số thô dựa trên số các hạng tự do trong hệ phương trình số hiệu chỉnh của các trị đo thừa [1 - 4]. Với đặc thù lưới tam giác có nhiều trị đo thừa, bài báo này nghiên cứu, góp phần bổ sung cơ sở lý thuyết và quy trình tìm kiếm, loại bỏ sai số thô trong lưới tam giác dựa trên ứng dụng của phương pháp bình sai truy hồi.

## 2. Cơ sở lý thuyết

### 2.1. Phương pháp bình sai truy hồi

Cho một lưới trắc địa đã được bình sai với  $(i-1)$  trị đo, nhận được vectơ ẩn số  $x_{i-1}$ , ma trận nghịch đảo  $Q_{i-1}$ . Nếu bổ sung vào lưới một nhóm trị đo  $i$  có hệ phương trình số hiệu chỉnh tuyến tính:  $V_i = A_i \Delta x_i + L_i$  (trong đó:  $A_i$  - ma trận hệ số phương trình số hiệu chỉnh,  $L_i$  - vectơ số hạng tự do,  $\Delta x_i$  - số hiệu chỉnh của ẩn số) với ma trận trọng số  $P_i$ , thì có thể nhận được các kết quả bình sai theo công thức sau:

$$Q_i = Q_{i-1} - Z_i^T N_i^{-1} Z_i, \quad (1)$$

$$\Delta x_i = -Z_i^T N_i^{-1} L_i, \quad (2)$$

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x_i = x_{i-1} - Z_i^T N_i^{-1} L_i, \quad (3)$$

trong đó:

$$Z_i^T = Q_{i-1} A_i^T;$$

$$N_i = P_i^{-1} + A_i Q_{i-1} A_i^T = P_i^{-1} + A_i Z_i^T;$$

$$L_i = f(x_{i-1}) - y_i \quad (4)$$

với  $f(x_{i-1})$  - hàm liên hệ với vectơ ẩn số  $x_{i-1}$  và  $y_i$  - vectơ nhóm trị đo i

Trong các nghiên cứu trước đây của tác giả, cũng như của các nhà khoa học trong và ngoài nước [1, 2, 3, 5, 6] cho thấy: nếu tính toán từ đầu với  $i = 1$  thì ma trận khởi tính  $Q_0$  có thể được tính theo công thức  $Q_0 = 10^m E$  với  $m \geq 5$ .

### 2.2. Tìm kiếm các trị đo cần thiết có khả năng chừa sai số thô

Trong các tài liệu nghiên cứu về ứng dụng của phương pháp bình sai truy hồi [1 - 3] đã chỉ ra rằng giá trị giới hạn của số hạng tự do  $j$  bất kỳ trong vectơ số hạng tự do  $L_i$  có thể được tính theo công thức:  $(L_i)_{j,gh} = \pm t \sigma_0 \sqrt{(N_i)_{jj}}$ , (5)

trong đó:

$\sigma_0$ : một hằng số tùy chọn, đóng vai trò sai số trung phương trọng số đơn vị.

$t$ : hệ số xác định tiêu chuẩn giới hạn, thường được lấy giá trị từ 2 đến 3.

$(N_i)_{jj}$ : phần tử đường chéo của ma trận  $N_i$ .

Như vậy, để phát hiện tồn tại sai số thô theo phương pháp bình sai truy hồi, sẽ tính ma trận  $Q$  chỉ với các trị đo cần thiết, còn đối với các trị đo thừa chỉ cần tính giá trị số hạng tự do và giá trị giới hạn của chúng. Nếu giá trị số hạng tự do của trị đo  $j$  nào đó vượt quá giới hạn cho phép tương ứng thì trong lưới tam giác tồn tại sai số thô. Tuy nhiên không thể chắc chắn trị đo  $j$  có chừa sai số thô mà nó còn có thể nằm trong các trị đo cần thiết nào đó có liên quan đến điều kiện hình thành trị đo thừa  $j$ . Chính vì vậy, sau đó cần phải thực hiện tìm kiếm các trị đo cần thiết có khả năng chừa sai số thô.

### 2.3. Tìm kiếm các trị đo cần thiết có khả năng chừa sai số thô

Các trị đo cần thiết có khả năng chừa sai số thô sẽ được tìm kiếm dựa trên cơ sở công thức chuyển đổi từ phương pháp bình sai gián tiếp sang phương pháp bình sai điều kiện [2, 4]. Công thức chuyển đổi được xây dựng như sau:

Hệ phương trình số hiệu chỉnh  $V = A \Delta x + L$  sẽ được chia thành 2 nhóm:

$$V_1 = A_1 \Delta x + L_1, \quad (6)$$

$$V_2 = A_2 \Delta x + L_2, \quad (7)$$

trong đó:

$A_1$  - ma trận hệ số hệ phương trình số hiệu chỉnh của các trị đo cần thiết.

$A_2$  - ma trận hệ số hệ phương trình số hiệu chỉnh của các trị đo thừa.

Khi đó, theo công thức (6) vectơ ẩn số  $\Delta x$  biểu thị dưới dạng:

$$\Delta x = A_1^{-1}V_1 - A_1^{-1}L_1. \quad (8)$$

Thay thế vào công thức (7), ta có:

$$V_2 = A_2A_1^{-1}V_1 + L_2 - A_2A_1^{-1}L_1. \quad (9)$$

$$\text{Đặt } G = A_2A_1^{-1}$$

và  $W = L_2 - A_2A_1^{-1}L_1 = L_2 - GVL_1$   
 $\Rightarrow$  công thức (9) có dạng:

$$V_2 = GV_1 + W, \quad (10)$$

hoặc

$$GV_1 - V_2 + W = 0 \quad (11)$$

Lúc này phương trình số hiệu chỉnh (9) có thể đưa về dạng phương trình điều kiện  $BV + W = 0$  với khôi ma trận  $B = (G - E)$ .

Quay trở lại với bài toán tìm kiếm các trị đo cần thiết có khả năng chứa sai số thô, thông qua ma trận  $G$  có thể tìm được chúng theo các bước sau:

- Bước 1: Lập ma trận hệ số hệ phương trình số hiệu chỉnh của các trị đo cần thiết  $A_1$ .

- Bước 2: Lập ma trận hệ số hệ phương trình số hiệu chỉnh của các trị đo thừa có khả năng chứa sai số thô  $A_2$ .

- Bước 3: Tính ma trận  $G = A_2A_1^{-1}$ . Lúc này số cột của ma trận  $G$  sẽ tương ứng với trị đo cần thiết, số hàng của ma trận  $G$  tương ứng với trị đo thừa có khả năng chứa sai số thô.

- Bước 4: Dựa vào các phần tử khác 0 trong ma trận  $G$  sẽ xác định được trị đo cần thiết có khả năng chứa sai số thô (do các trị đo cần thiết này có mối quan hệ tương quan với trị đo thừa có khả năng chứa sai số thô).

#### **2.4. Xác định các phương án loại bỏ trị đo có chứa sai số thô**

Cần lưu ý rằng 1 trị đo cần thiết chứa sai số thô có thể sẽ dẫn tới nhiều các trị đo thừa có số hạng tự do trong các phương trình số hiệu chỉnh vượt quá giới hạn cho phép (hay nói cách khác là trị đo thừa có khả năng chứa sai số thô). Vì thế cần xác định các phương án trị đo có chứa sai số thô để loại bỏ chúng.

Giả sử xác định được  $d$  trị đo thừa và  $u$  trị đo cần thiết có khả năng chứa sai số thô. Khi đó tổng số trị đo có khả năng chứa sai số thô:  $z = d + u$ .

Tiến hành xác định các phương án loại bỏ  $k$  trị đo thô ( $k = 1, 2, \dots, d$ ) có khả năng chứa sai số dựa trên tổ hợp  $C_k$  chập  $k$  của  $z$ .

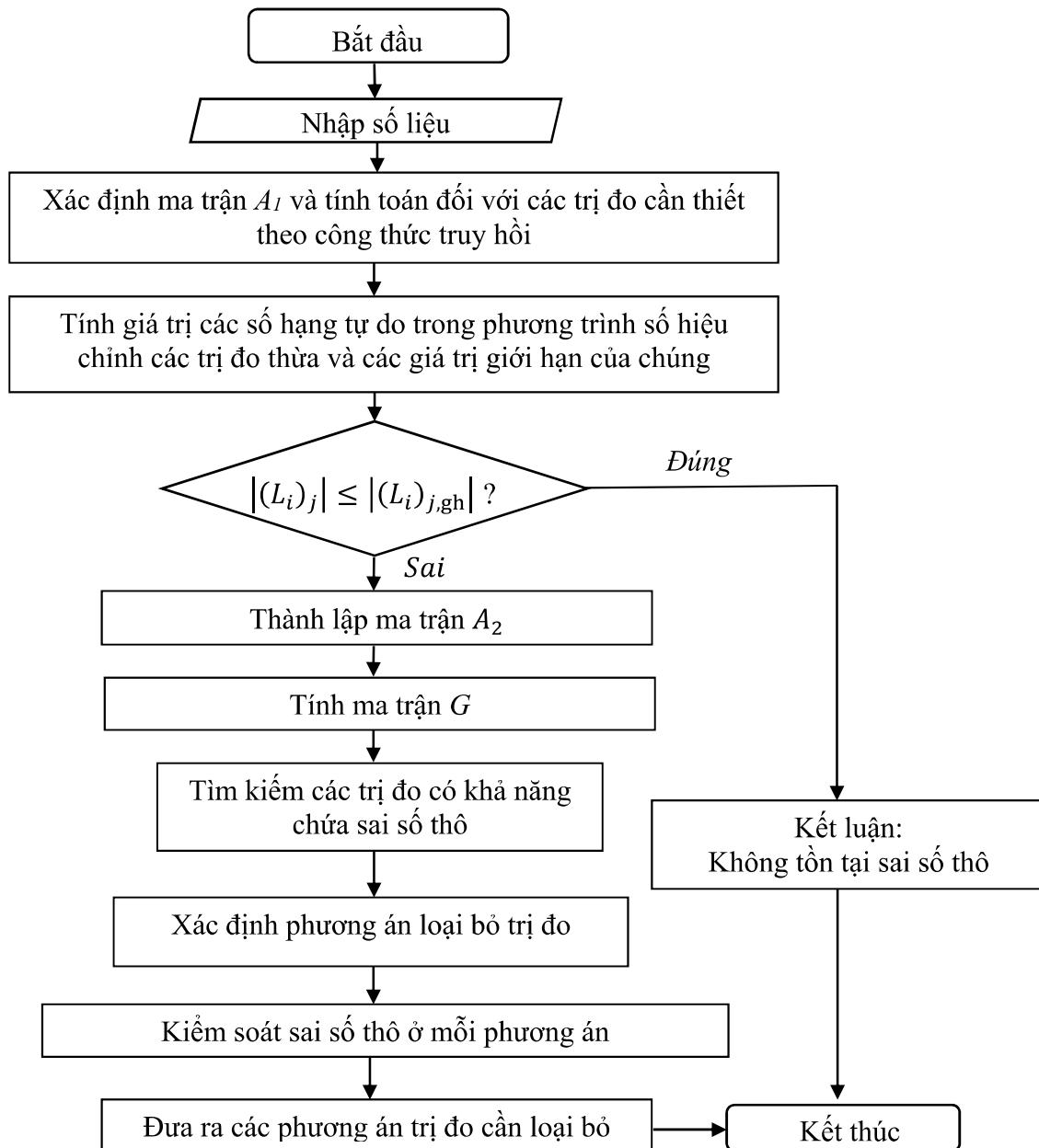
Số lượng các phương án được tính theo công thức:

$$C_z^k = \frac{z!}{k!(z-k)!}. \quad (12)$$

Với mỗi phương án, sau khi loại bỏ các trị đo sẽ tiến hành kiểm soát sai số thô và đưa ra các phương án không còn tồn tại sai số thô. Trong các phương án đó sẽ lựa chọn phương án loại bỏ trị đo (hoặc tiến hành kiểm tra lại trị đo đó) với điều kiện số lượng trị đo loại bỏ nhỏ nhất.

Sơ đồ khái niệm xây dựng chương trình kiểm soát sai số thô như ở sơ đồ trang sau.

## Nghiên cứu



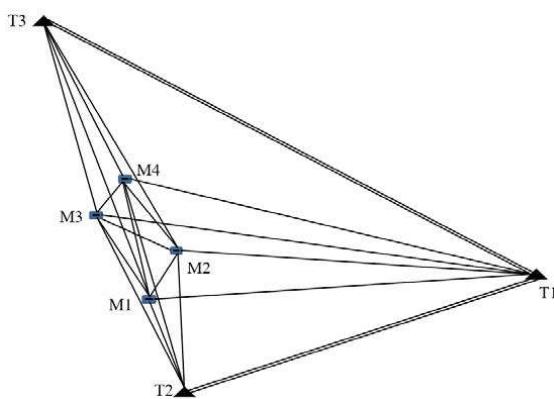
*Hình 1: Sơ đồ khái quát chương trình kiểm soát sai số thô*

### 3. Thực nghiệm

Để chứng minh tính đúng đắn mà cơ sở lý thuyết đã trình bày, tác giả đã lập trình xây dựng phần mềm kiểm soát sai số thô và tiến hành tính toán thực nghiệm cho lưỡi tam giác đo cạnh (Hình 2) trong 3 trường hợp:

- + Không tồn tại sai số thô
- + Trị đo thừa có chứa sai số thô
- + Trị đo cần thiết có chứa sai số thô

Số liệu gốc thể hiện trong Bảng 1, độ chính xác đo cạnh là  $m_s = 1mm + 1ppm$ ; trọng số các trị đo với  $p_i = \frac{\sigma_0^2}{m_{S_i}^2}$  với  $\sigma_0 = 1$ ; và trong thực nghiệm kiểm soát sai số thô, tác giả chọn giá trị  $t = 2,5$ .



**Bảng 1. Số liệu gốc**

STT	Điểm gốc	Tọa độ	
		X (m)	Y (m)
1	T1	1544714,9445	445730,3224
2	T2	1544524,1073	445521,2876
3	T3	1546214,1057	445385,4396

**Hình 2: Sơ đồ lưới tam giác đo cạnh**

**a. Trường hợp 1: Không tồn tại sai số thô**

Số liệu đo cạnh được trình bày trong Bảng 2

**Bảng 2. Số liệu đo cạnh**

STT	Cạnh	Kí hiệu	Giá trị đo (m)	STT	Cạnh	Kí hiệu	Giá trị đo (m)
1	T1 - M1	$S_1$	295,7215	10	T3 - M2	$S_{10}$	1284,3958
2	T1 - M2	$S_2$	333,5367	11	T3 - M3	$S_{11}$	1250,9937
3	T1 - M3	$S_3$	371,5800	12	T3 - M4	$S_{12}$	1202,6892
4	T1 - M4	$S_4$	427,9634	13	M1 - M2	$S_{13}$	38,9314
5	T2 - M1	$S_5$	378,0833	14	M1 - M3	$S_{14}$	78,0320
6	T2 - M2	$S_6$	411,2273	15	M1 - M4	$S_{15}$	135,5618
7	T2 - M3	$S_7$	445,8442	16	M2 - M3	$S_{16}$	39,1075
8	T2 - M4	$S_8$	497,8274	17	M2 - M4	$S_{17}$	96,6360
9	T3 - M1	$S_9$	1317,5355	18	M3 - M4	$S_{18}$	57,5293

Trị đo cản thiết: các cạnh từ  $S_1$  đến  $S_8$ ; trị đo thừa: các cạnh từ  $S_9$  đến  $S_{18}$

Sử dụng chương trình tính toán tìm được các số hạng tự do của trị đo thừa và giá trị giới hạn tương ứng của chúng trong trường hợp 1 (Bảng 3)

**Bảng 3. Giá trị số hạng tự do  $l_i$  và giá trị giới hạn tương ứng trong trường hợp 1**

STT	Cạnh	$l_i$ (mm)	$l_{i,gh}$ (mm)	Kết quả
1	$S_9$	1,6	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
2	$S_{10}$	0,3	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
3	$S_{11}$	0,6	$\pm 5,0$	Trong giới hạn
4	$S_{12}$	0,0	$\pm 5,3$	Trong giới hạn
5	$S_{13}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
6	$S_{14}$	1,1	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
7	$S_{15}$	0,1	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
8	$S_{16}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
9	$S_{17}$	-0,6	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
10	$S_{18}$	0,2	$\pm 3,9$	Trong giới hạn

Từ kết quả trên có thể kết luận trong lưới không tồn tại sai số thô.

## Nghiên cứu

### b. Trường hợp 2: Trị đo thừa có chứa sai số thô

Giả thiết cạnh đo  $S_{14}$  ( $M_1 - M_3$ ) chứa sai số thô có giá trị bằng **78,1320** m (giá trị không có sai số thô là **78,0320** m). Các cạnh đo còn lại có giá trị như trong Bảng 2.

**Bảng 4. Giá trị số hạng tự do  $l_i$  và giá trị giới hạn tương ứng trong trường hợp 2**

STT	Cạnh	$l_i$ (mm)	$l_{i,gh}$ (mm)	Kết quả
1	$S_9$	1,6	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
2	$S_{10}$	0,3	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
3	$S_{11}$	0,6	$\pm 5,0$	Trong giới hạn
4	$S_{12}$	0,0	$\pm 5,3$	Trong giới hạn
5	$S_{13}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
6	$S_{14}$	-98,9	$\pm 3,9$	<b>Quá giới hạn</b>
7	$S_{15}$	0,1	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
8	$S_{16}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
9	$S_{17}$	-0,6	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
10	$S_{18}$	0,2	$\pm 3,9$	Trong giới hạn

Từ kết quả Bảng 4 nhận thấy trị đo thừa  $S_{14}$  có khả năng chứa sai số thô và kết luận lối tam giác tồn tại sai số thô. Vì thế tiến hành thực hiện tìm kiếm tất cả các trị đo có khả năng chứa sai số thô. Kết quả nhận được từ chương trình như sau:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0,631 & -0,775 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,653 & -0,756 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,673 & -0,739 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,694 & -0,719 & \\ 0,999 & -0,053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,994 & -0,105 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,989 & -0,147 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,980 & -0,199 & \\ A_2 = (-0,812 & 0,582 & 0 & 0 & 0,812 & -0,582 & 0 & 0 & 0) \\ G = (-0,723 & 0 & 0,721 & 0 & -0,354 & 0 & 0,330 & 0 & 0) \end{pmatrix}$$

Tù các giá trị khác 0 trong G nhận thấy: các trị đo cần thiết có khả năng chứa sai số thô là  $S_1$  ( $T_1 - M_1$ ),  $S_3$  ( $T_1 - M_3$ ),  $S_5$  ( $T_2 - M_1$ ),  $S_7$  ( $T_2 - M_3$ ). Như vậy có 5 trị đo có khả năng chứa sai số thô:  $S_1$ ,  $S_3$ ,  $S_5$ ,  $S_7$ ,  $S_{14}$ .

Trị đo cần thiết: các cạnh từ  $S_1$  đến  $S_8$ ; trị đo thừa: các cạnh từ  $S_9$  đến  $S_{18}$

Sử dụng chương trình tính toán tìm được các số hạng tự do của trị đo thừa và giá trị giới hạn tương ứng của chúng trong trường hợp 2 (Bảng 4)

**Bảng 4. Giá trị số hạng tự do  $l_i$  và giá trị giới hạn tương ứng trong trường hợp 2**

Sau khi thực hiện kiểm soát sai số thô ở các phương án loại bỏ trị đo bằng chương trình nhận thấy chỉ có phương án loại bỏ trị đo  $S_{14}$  thì lối sẽ không còn tồn tại sai số thô với giá trị số hạng tự do của trị đo thừa và giá trị giới hạn tương ứng của chúng như sau (Bảng 5)

**Bảng 5. Giá trị số hạng tự do  $l_i$  và giá trị giới hạn tương ứng trong trường hợp loại bỏ  
tri đo  $S_{14}$**

STT	Cạnh	$l_i$ (mm)	$l_{i,gh}$ (mm)	Kết quả
1	$S_9$	1,6	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
2	$S_{10}$	0,3	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
3	$S_{11}$	0,6	$\pm 5,0$	Trong giới hạn
4	$S_{12}$	0,0	$\pm 5,3$	Trong giới hạn
5	$S_{13}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
6	$S_{15}$	0,1	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
7	$S_{16}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
8	$S_{17}$	-0,6	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
9	$S_{18}$	0,2	$\pm 3,9$	Trong giới hạn

**b. Trường hợp 3: Trị đo cần thiết có chứa sai số thô**

Giá thiết cạnh đo  $S_5$  ( $T_2 - M_1$ ) chứa sai số thô có giá trị bằng **378,0933** m (giá trị không có sai số thô là **378,0833** m). Các cạnh đo còn lại có giá trị như trong Bảng 2.

Trị đo cần thiết: các cạnh từ  $S_1$  đến  $S_8$ ; trị đo thừa: các cạnh từ  $S_9$  đến  $S_{18}$

Sử dụng chương trình tính toán tìm được các số hạng tự do của trị đo thừa và giá trị giới hạn tương ứng của chúng trong trường hợp 3 (Bảng 6)

**Bảng 6. Giá trị số hạng tự do  $l_i$  và giá trị giới hạn tương ứng trong trường hợp 3**

STT	Cạnh	$l_i$ (mm)	$l_{i,gh}$ (mm)	Kết quả
1	$S_9$	-8,1	$\pm 4,9$	Quá giới hạn
2	$S_{10}$	0,3	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
3	$S_{11}$	0,6	$\pm 5,0$	Trong giới hạn
4	$S_{12}$	0,0	$\pm 5,3$	Trong giới hạn
5	$S_{13}$	4,1	$\pm 3,9$	Quá giới hạn
6	$S_{14}$	-2,4	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
7	$S_{15}$	-3,4	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
8	$S_{16}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
9	$S_{17}$	-0,6	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
10	$S_{18}$	0,2	$\pm 3,9$	Trong giới hạn

Từ kết quả Bảng 6 nhận thấy trị đo thừa  $S_9$  ( $T_3 - M_1$ ) và  $S_{13}$  ( $M_1 - M_2$ ) có khả năng chứa sai số thô và kết luận lưới tam giác tồn tại sai số thô. Vì thế tiến hành thực hiện tìm kiếm tất cả các trị đo có khả năng chứa sai số thô. Kết quả nhận được từ chương trình như sau:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0,631 & -0,775 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,653 & -0,756 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,673 & -0,739 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,694 & -0,719 \\ 0,999 & -0,053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,994 & -0,105 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Nghiên cứu

$$\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0,989 & -0,147 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,980 & -0,199 \end{array}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -0,996 & 0,088 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,806 & 0,591 & 0,806 & -0,591 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} -0,046 & 0 & 0 & 0 & -0,968 & 0 & 0 & 0 \\ -0,739 & 0,736 & 0 & 0 & -0,341 & 0,327 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Từ các giá trị khác 0 trong ma trận G nhận thấy: các trị đo cần thiết có khả năng chứa sai số thô là  $S_1$  ( $T_1 - M_1$ ),  $S_2$  ( $T_1 - M_2$ ),  $S_5$  ( $T_2 - M_1$ ),  $S_6$  ( $T_2 - M_2$ ). Như vậy có 6 trị đo có khả năng chứa sai số thô:  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_5$ ,  $S_6$ ,  $S_9$  và  $S_{13}$ .

Sau khi thực hiện kiểm soát sai số thô ở các phương án loại bỏ trị đo bằng

chương trình nhận thấy có 6 phương án loại bỏ trị đo thì lưới không còn tồn tại sai số thô. Trong đó: 1 phương án loại bỏ 1 trị đo là  $S_5$  và 5 phương án loại bỏ 2 trị đo. Khi loại bỏ trị đo  $S_5$  thì trị đo cần thiết là  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ ,  $S_6$ ,  $S_7$ ,  $S_8$ ,  $S_9$ , và giá trị số hạng tự do của trị đo thừa, giá trị giới hạn tương ứng của chúng như sau (Bảng 7)

**Bảng 7. Giá trị số hạng tự do  $l_i$  và giá trị giới hạn tương ứng trong trường hợp loại bỏ trị đo  $S_5$**

STT	Cạnh	$l_i$ (mm)	$l_{i_{\text{th}}}$ (mm)	Kết quả
1	$S_{10}$	0,3	$\pm 4,9$	Trong giới hạn
2	$S_{11}$	0,6	$\pm 5,0$	Trong giới hạn
3	$S_{12}$	0,0	$\pm 5,3$	Trong giới hạn
4	$S_{13}$	-1,3	$\pm 4,1$	Trong giới hạn
5	$S_{14}$	0,5	$\pm 4,1$	Trong giới hạn
6	$S_{15}$	-0,5	$\pm 4,1$	Trong giới hạn
7	$S_{16}$	-0,7	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
8	$S_{17}$	-0,6	$\pm 3,9$	Trong giới hạn
9	$S_{18}$	-0,2	$\pm 3,9$	Trong giới hạn

Ngoài ra, có thể nhận thấy sau khi loại bỏ trị đo  $S_5$  chất lượng của lưới tam giác tốt hơn dựa vào sự so sánh các giá trị số hạng tự do  $l_i$  tương ứng ở Bảng 6 và Bảng 7.

### 4. Kết luận

Việc phát hiện sự tồn tại của sai số thô trong lưới trắc địa có thể được thực hiện một cách hiệu quả bằng phương pháp

bình sai truy hồi. Quá trình kiểm soát sai thô được trình bày trong bài báo này đã góp phần làm rõ hơn những ưu điểm của phương pháp bình sai truy hồi trong xử lý số liệu lưới trắc địa.

Công việc xác định các phương án loại bỏ trị đo chứa sai số thô có khối lượng tính toán lớn nên cần thiết phải ứng dụng kĩ thuật lập trình trong trắc địa. Tác giả đã viết phần mềm bằng ngôn ngữ lập trình

Visual Basic để thực hiện tính toán thực nghiệm. Kết quả thực nghiệm đã chứng minh tính đúng đắn của cơ sở lý thuyết.

Việc loại bỏ trị đo có chứa sai số thô sẽ nâng cao độ chính xác của lưới trắc địa.

Tuy nhiên lưu ý nếu xảy ra trường hợp có nhiều phương án mà số lượng trị đo loại bỏ nhỏ nhất, cần phải kiểm tra lại tất cả các trị đo có mặt trong các phương án đó.

### **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

[1]. Маркузе Ю. И (1989). Алгоритмы для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ. М.: Недра.

[2]. Маркузе Ю. И., Голубев В. В (2010). Теория математической обработки геодезических измерений: Учеб. пособие для вузов / Под общ. ред. Ю. И. Маркузе. М.: Академический Проект Альма Матер.

[3]. Маркузе Ю. И (1990). Основы уравнительных вычислений: Учеб. пособие для вузов – М.: Недра. 240 с.

[4]. Маркузе Ю. И (2000). Обобщенный рекуррентный алгоритм уравнивания свободных и несвободных геодезических сетей с локализацией грубых ошибок // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. № 1. С. 3 - 16.

[5]. Маркузе Ю. И., Лэ Ань Куонг, Чан Тиен Ранг (2016). Исследование исходной матрицы обратных весов неизвестных при рекуррентном способе уравнивания измерений // Геодезия и картография. № 11. С. 7 - 10. DOI: 10.22389/0016-7126-2016-917-11-7-10.

[6]. Lê Anh Cường (2013). *Nghiên cứu ứng dụng phương pháp bình sai truy hồi trong xử lý số liệu lưới trắc địa*. Tạp chí Khoa học Tài nguyên và Môi trường, Số 01.

BBT nhận bài: 30/7/2021; Phản biện xong: 11/8/2021; Chấp nhận đăng: 22/9/2021